

# Vektordatenbanken

## Grundlagen und praktische Anwendungen

Olaf Herden

DHBW (Duale Hochschule Baden-Württemberg)

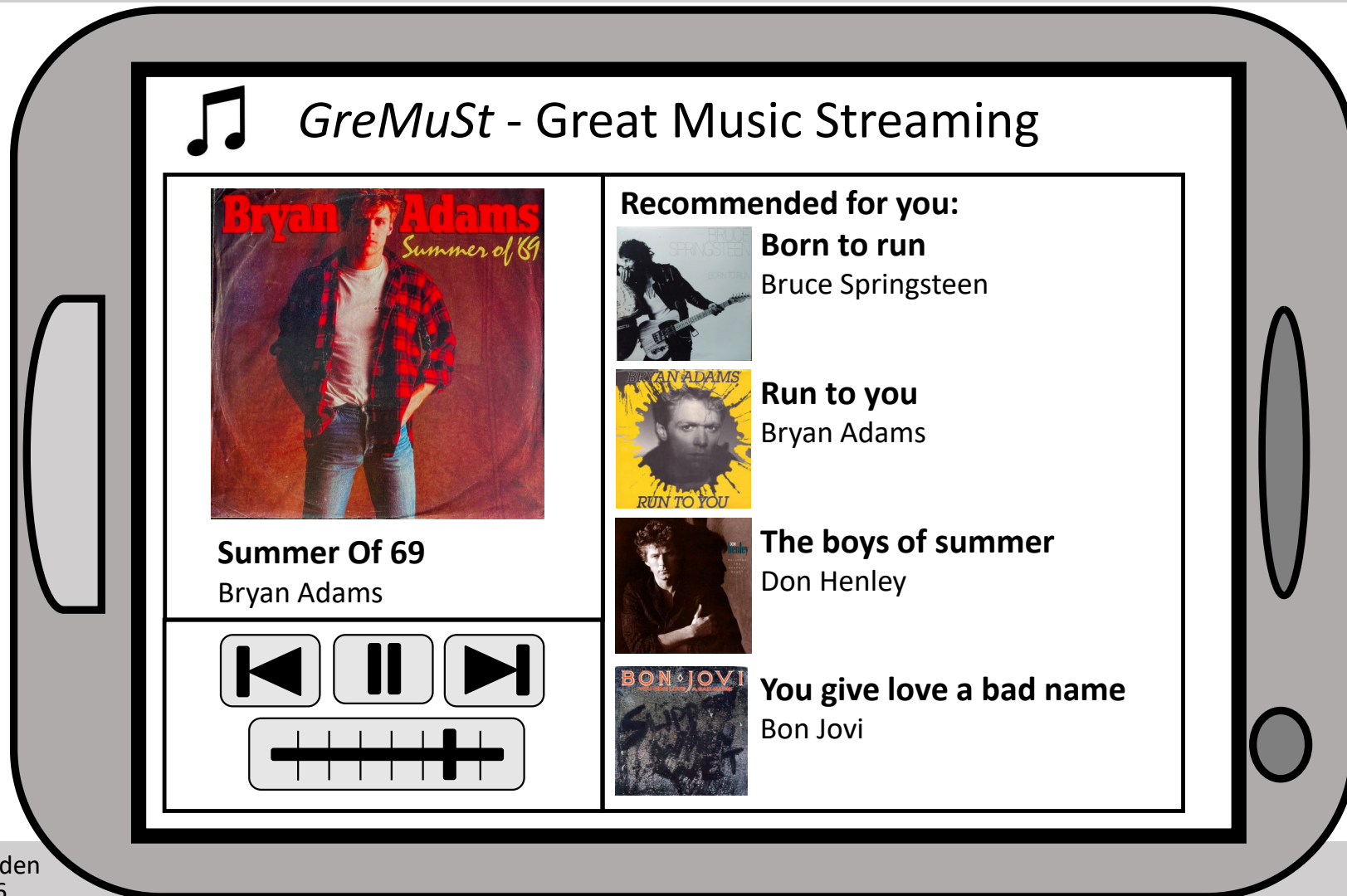
Stuttgart Campus Horb

[o.herden@hb.dhbw-stuttgart.de](mailto:o.herden@hb.dhbw-stuttgart.de)

- Olaf Herden
- Duale Hochschule Baden-Württemberg
- Seit 2002 Professor für Informatik
- Interessens-/Lehr-/Forschungsgebiete:
  - Datenbanken
  - Data Analytics
  - Data Mining/Machine Learning
  - Algorithmen und Datenstrukturen
  - Programmierung
  - Learning to code
- LinkedIn: <https://www.linkedin.com/in/olaf-herden-896a14157/>
- Email: [o.herden@hb.dhbw-stuttgart.de](mailto:o.herden@hb.dhbw-stuttgart.de)



- Einführung
- Ähnlichkeit
- Suchen und Indexieren
- Realisierungen
- Zusammenfassung



## TGIS - The Greatest Image Search



Search



Result:



## My company's RAG system for databases

I need a SQL statement to get the top 5 customers by total purchase amount this year.

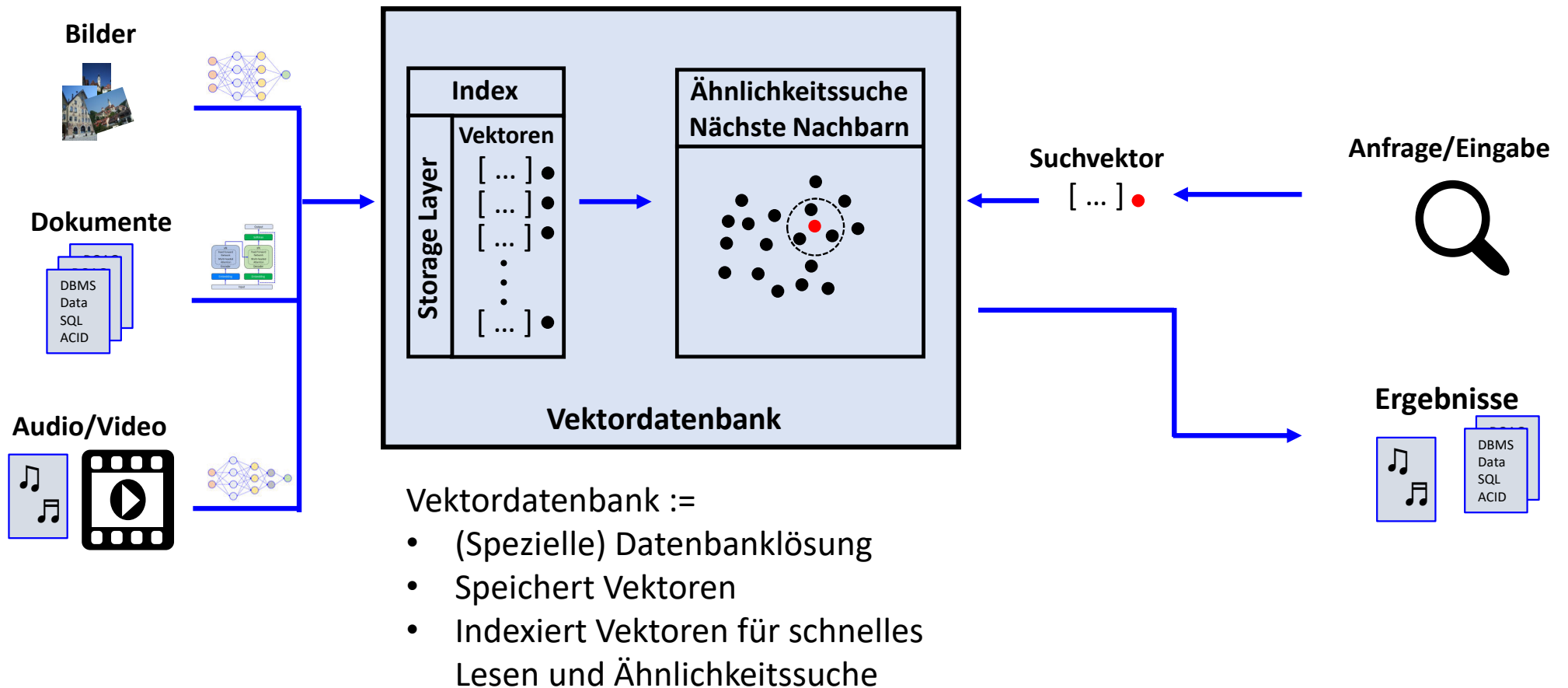
"Based on company database structure ( `customers` , `orders` , `order_items` tables), here is the SQL statement you can use:"

sql

Kopieren Bearbeiten

```
SELECT c.customer_id, c.name, SUM(oi.quantity * oi.unit_price) AS total_spent
FROM customers c
JOIN orders o ON c.customer_id = o.customer_id
JOIN order_items oi ON o.order_id = oi.order_id
WHERE o.order_date >= DATE_TRUNC('year', CURRENT_DATE)
GROUP BY c.customer_id, c.name
ORDER BY total_spent DESC
LIMIT 5;
```

"This query calculates the total purchase amount by summing product of quantity and unit price per order item, filtering only for orders placed this year."

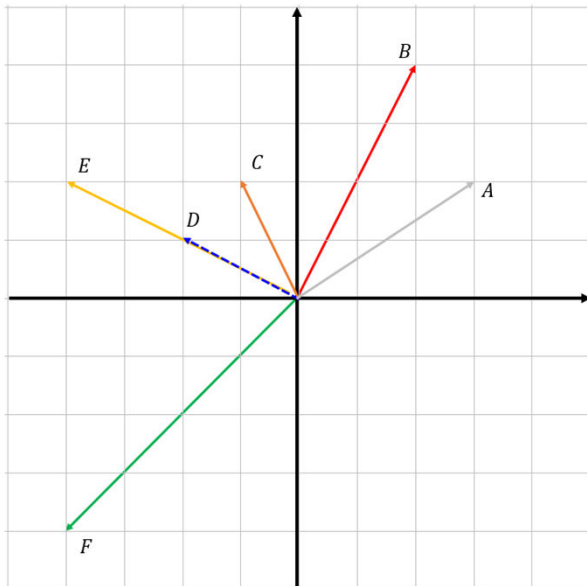


- Einführung
- Ähnlichkeit
- Suchen und Indexieren
- Realisierungen
- Zusammenfassung

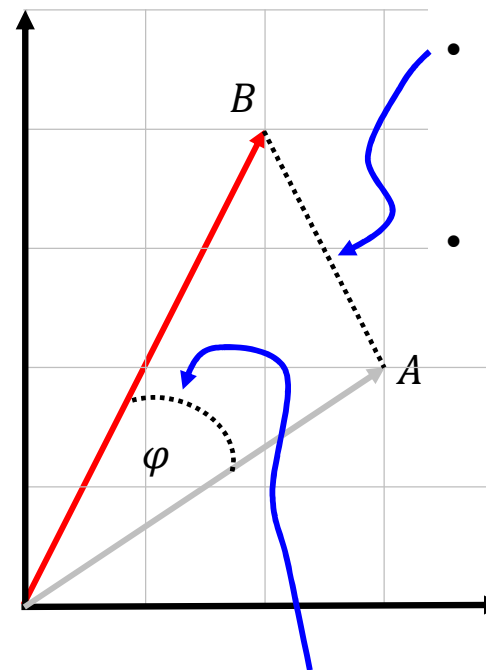


# Ähnlichkeitsproblem und -maße

- Problem:
  - Gegeben zwei (oder mehr) Vektoren
  - Wie ähnlich (oder unterschiedlich) sind diese?
- Beispiel:
  - Ist  $D$  ähnlicher zu  $C$  oder zu  $E$ ?

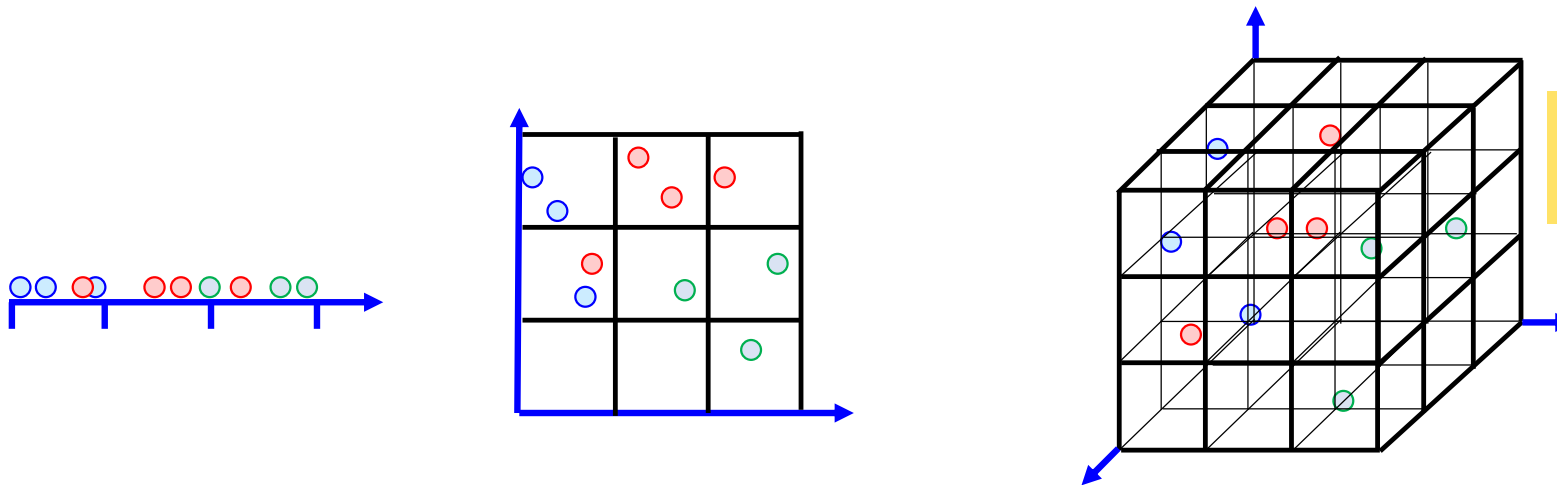


- Zwei wichtige Maße:



- Euklidische Distanz: absoluter geometrischer Abstand zwischen Vektoren
- Notation:  $euDist(A, B)$
- Kosinusähnlichkeit: Kosinus des Winkels zwischen Vektoren
- Notation:  $cosSim(A, B)$

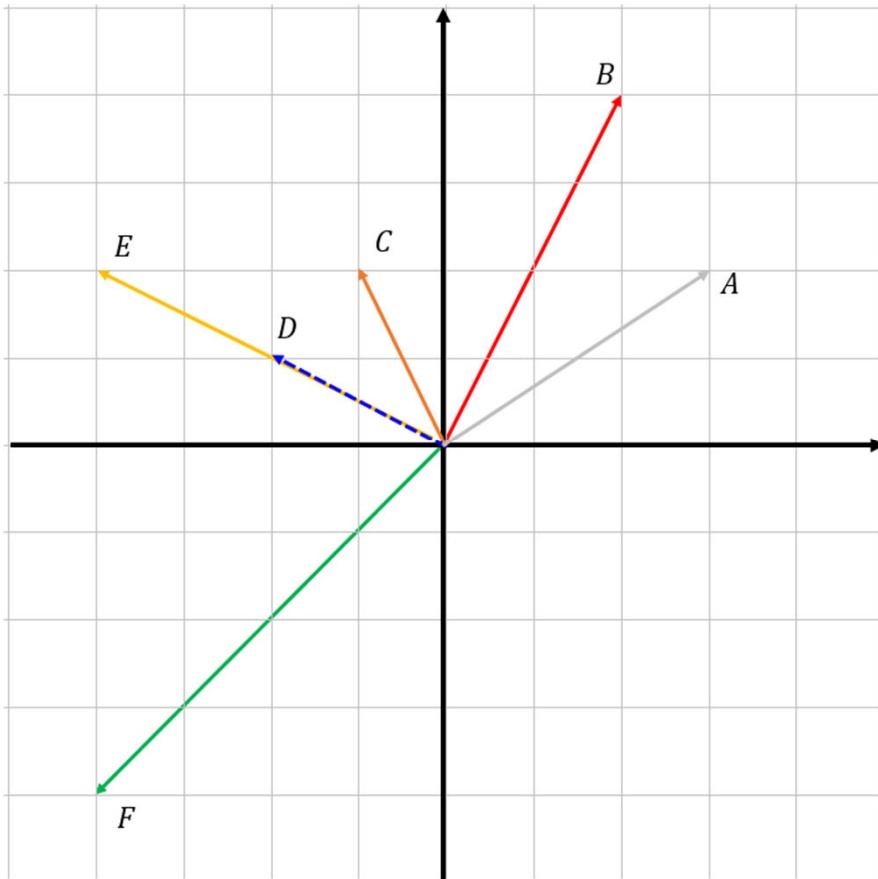
- Euklidische Distanz: Curse of Dimensionality:



Richard Bellman. Adaptive control processes: a guided tour. Princeton University Press, 1961.

⇒ Häufig/meistens: Kosinusähnlichkeit bei Bestimmung Ähnlichkeit von Embeddings repräsentierenden Vektoren

## • Beispiel:



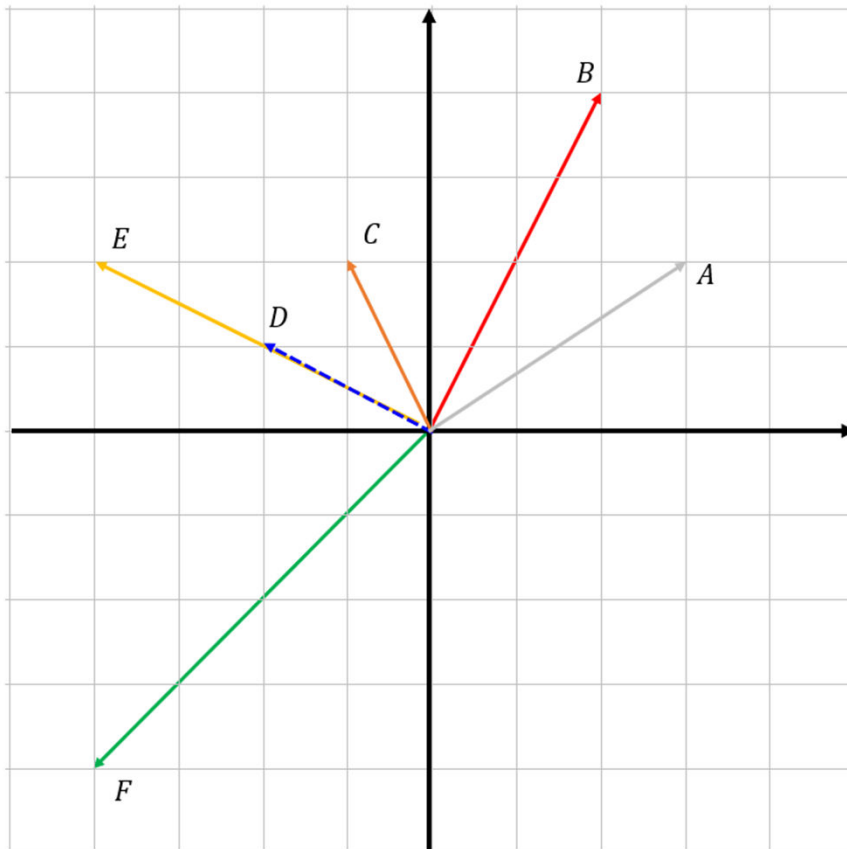
Olaf Herden  
JFS 26  
Stuttgart, 09.07.2026

Kosinusähnlichkeit

|   | A | B     | C     | D      | E      | F      |
|---|---|-------|-------|--------|--------|--------|
| A |   | 0,868 | 0,124 | -0,496 | -0,496 | -0,981 |
| B |   |       | 0,6   | 0      | 0      | -0,949 |
| C |   |       |       | 0,8    | 0,8    | -0,316 |
| D |   |       |       |        | 1      | 0,316  |
| E |   |       |       |        |        | 0,316  |
| F |   |       |       |        |        |        |

- Kosinusähnlichkeit ist
  - nahe 1, wenn Winkel zwischen Vektoren nahe  $0^\circ$
  - nahe 0, wenn Winkel zwischen Vektoren nahe  $90^\circ$
  - nahe  $-1$ , wenn Winkel zwischen Vektoren nahe  $180^\circ$
- Kosinusähnlichkeit
  - berücksichtigt nur Richtung der Vektoren
  - vernachlässigt Länge der Vektoren

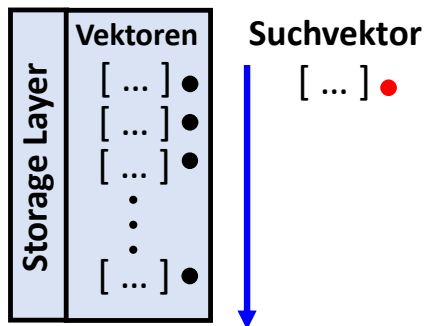
# Euklidische Distanz vs. Kosinusähnlichkeit



- Ist  $D$  ähnlicher zu  $C$  oder zu  $E$ ?
  - $euDist(D, C) = 1.41$ ,  $euDist(D, E) = 1.73$
  - $D$  ist ähnlicher zu  $C$  (Euklidische Distanz)
  - $cosSim(D, C) = 0.8$ ,  $cosSim(D, E) = 1$
  - $D$  ist ähnlicher zu  $E$  (Kosinusähnlichkeit)
- Anm.: Kosinusdistanz
  - $cosDist(A, B) := 1 - cosSim(A, B)$
  - Grund:
    - Ebenfalls Distanzmaß
    - Positiver Wertebereich ( $[0, 2]$  statt  $[-1, 1]$ )

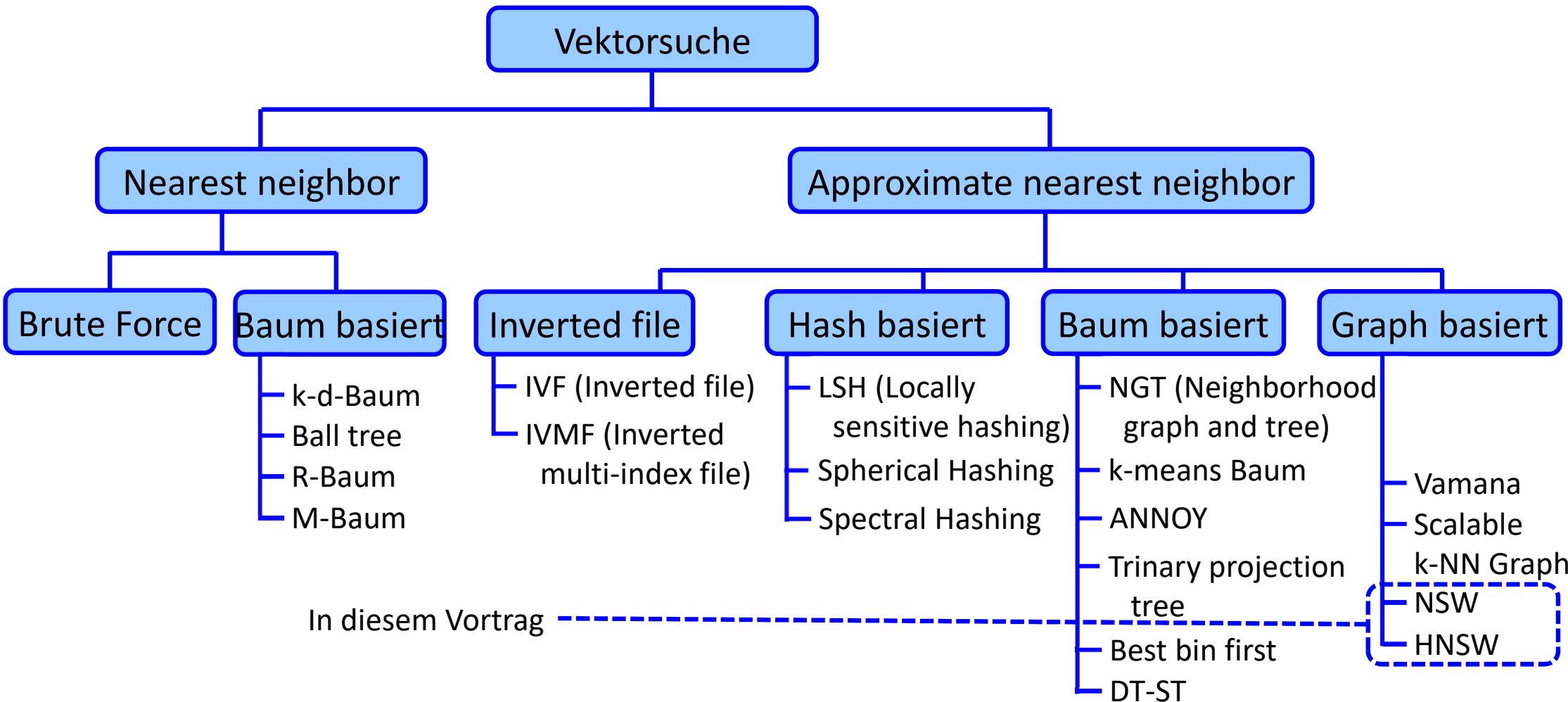
- Einführung
- Ähnlichkeit
- Suchen und Indexieren
- Realisierungen
- Zusammenfassung

- Eingabe: Data Set  $V$  Vektoren, Suchvektor  $Q$ ,  $k$  gewünschte nächste Nachbarn, Distanz-/Ähnlichkeitsfunktion
- Ausgabe: Liste  $L$  mit  $k$  Vektoren, am ähnlichsten zu  $Q$ , sortiert nach Ähnlichkeit zu  $Q$



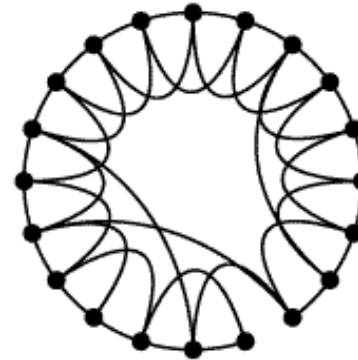
↓  
Ergebnis:  
(Exakte)  $k$  NN

- Fazit:
  - Resultat korrekt
  - Aber zu berechnungsintensiv
  - Frage: Gibt es alternative Möglichkeiten, um schneller zu suchen, ggf. unter Verlust an Genauigkeit?
- Antwort: Ja, es existiert eine Vielzahl an Indextechniken!



- Small World Graph:

- Hoher Clusterkoeffizient
- Geringe Distanzen
- Charakteristische Pfad wächst in  $O(\log(n))$



Watts, D., Strogatz, S. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature* 393, 440–442 (1998).  
<https://doi.org/10.1038/30918>

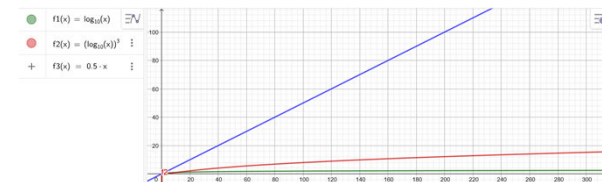
- Navigable Graph:

- Länge des durch Best-First-Search-Algorithmus gefundenen Suchpfads wächst in  $O(\log(n))$

Kleinberg, J. Navigation in a small world. *Nature* 406, 845 (2000).  
<https://doi.org/10.1038/35022643>

- NSW:

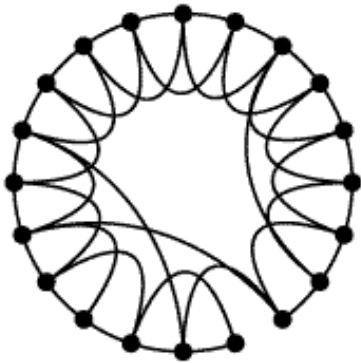
- Graph mit beiden Eigenschaften
- Logarithmische Suchkomplexität
- Aber: Tendenz Skalierung Ausgangsgrad  $\log(n) \Rightarrow O(\log(n)^k)$  with  $k > 1$



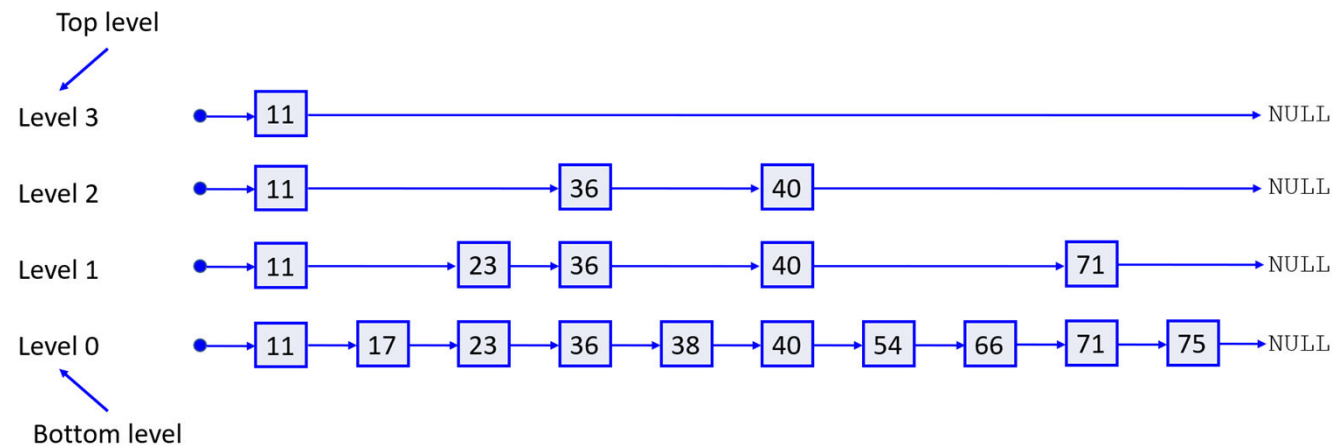


William W. Pugh: Skip Lists: A Probabilistic Alternative to Balanced Trees. Commun. ACM 33(6): 668-676 (1990).

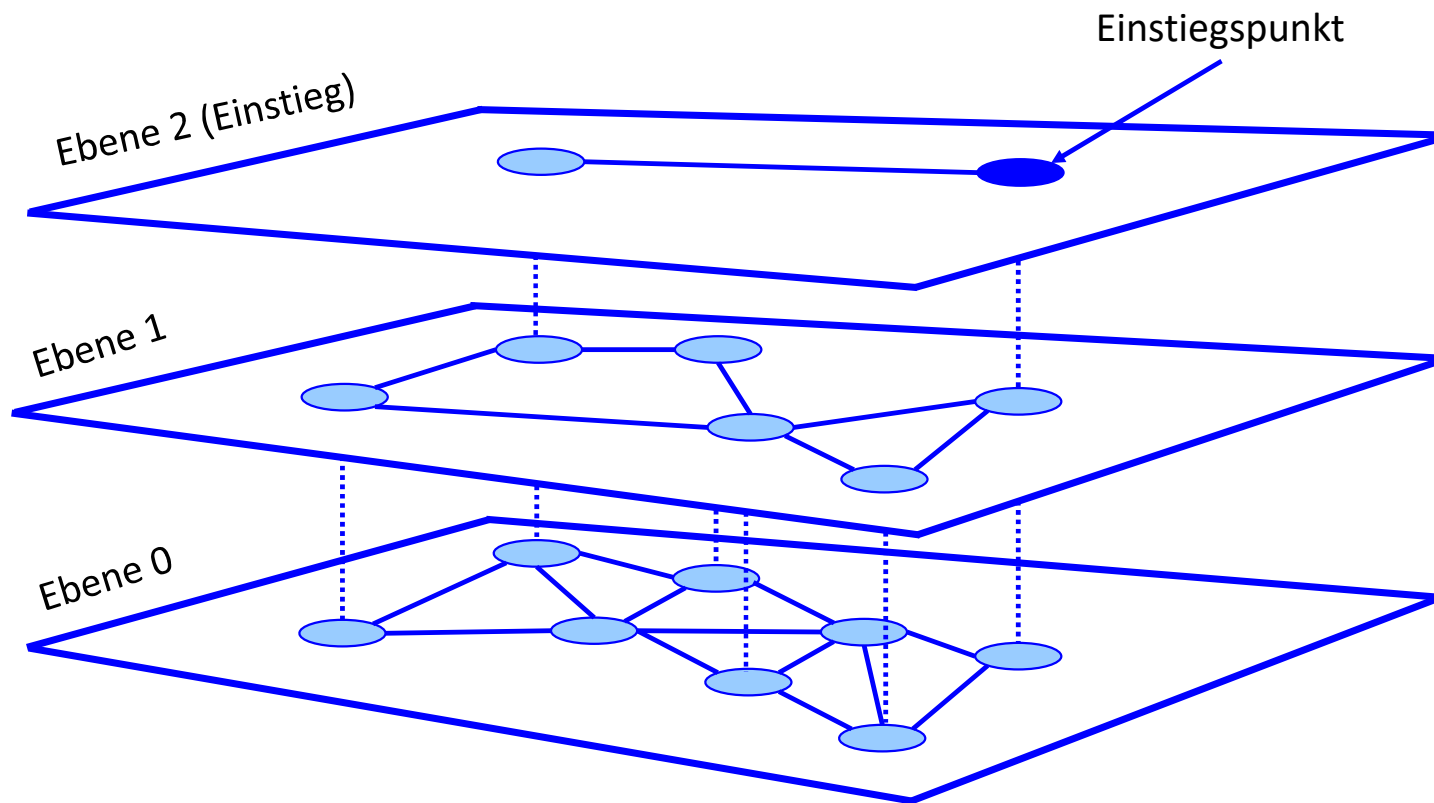
- Konzept 1: NSW Graph



- Konzept 2: Skip List



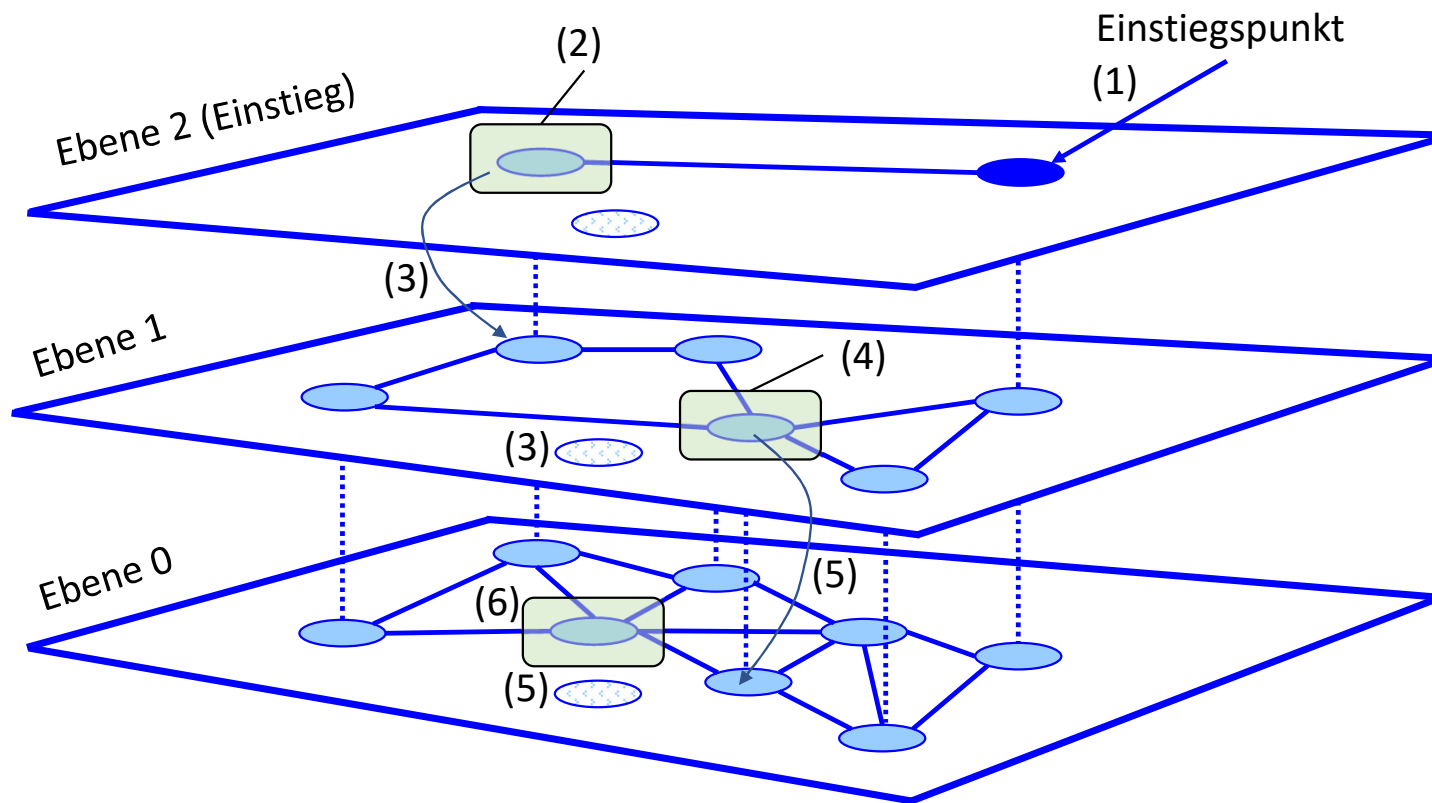
Kombination beider Ideen  
Ziel: Erhalten logarithmischer Komplexität



## • Struktur:

- $M$  Ebenen (layers)
- Einstiegsebene ( $M$ ) bis Basis-ebene (0)
- Duplikation Teilmenge der Knoten von Ebene  $N$  in Ebene  $N + 1$  (für  $0 \leq N \leq M - 1$ )
- Von  $M$  bis 0:
  - Wachsende Anzahl Knoten
  - Wachsende Anzahl Links
  - Abnehmende Länge der Links
- In Einstiegsebene: ein Knoten Einstiegspunkt

- Gegeben: Suchvektor  $Q$  (○)



(1) Gehe zu Einstiegsebene

(2) Suche NN von  $Q$  ( $=: X$ )

(3) Gehe zu Ebene  $M - 1$

(4) Suche NN von  $Q$   
beginnend mit  $X$

- Wiederhole bis Basisebene erreicht

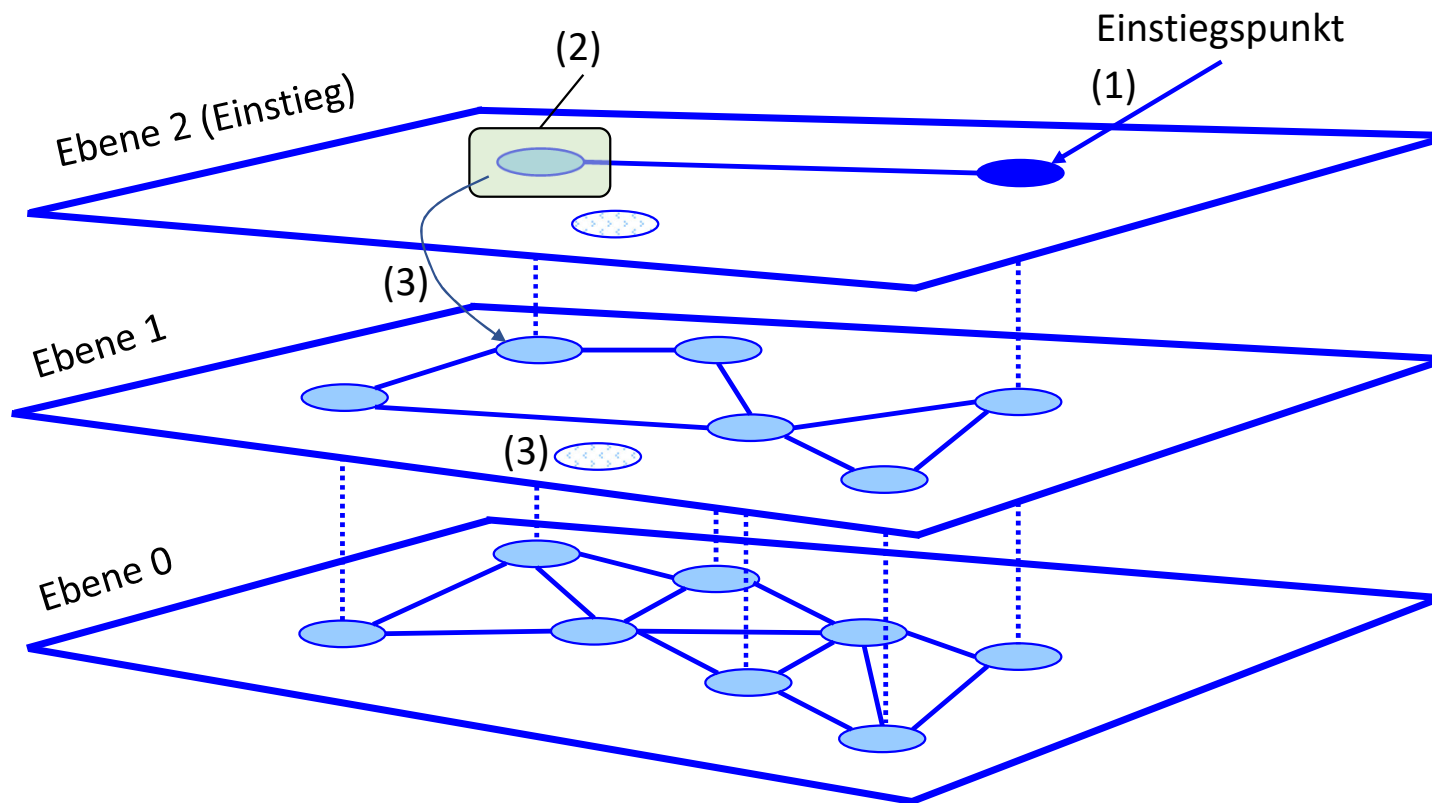
- Im Beispiel:

(5) Gehe zu Ebene 0

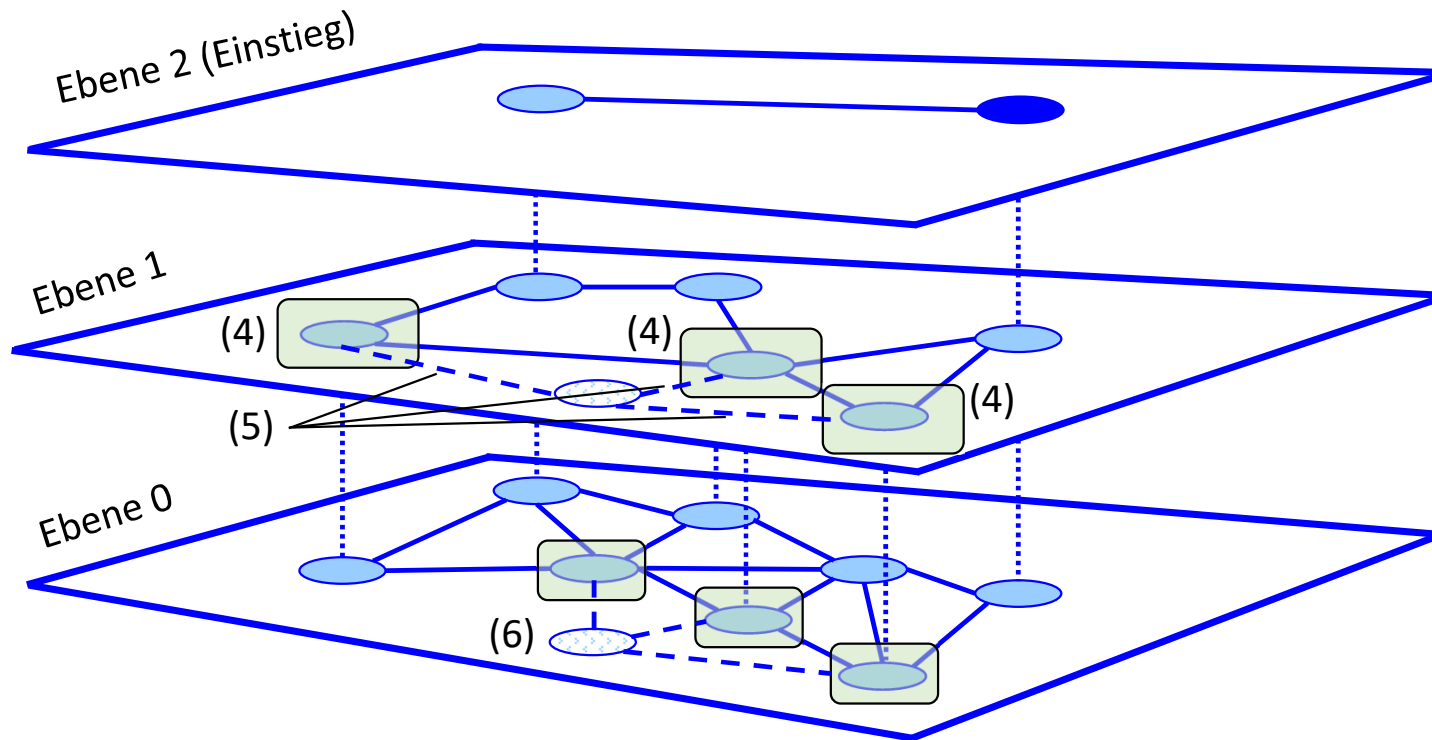
(6) Suche NN von  $Q$

- Gegeben:

- Einzufügender Vektor (  )
- Parameter  $k$  (zu berücksichtigende NN in Einfügeebe)



- Zufallsfunktion  $f_{rand}$  liefert Einfügeebe  $l$
- Sei  $l = 1$
- Phase 1:
  - (1) - (3): Starte in Einstiegs-ebene und traversiere zu Ebene  $l$  (analog zum Suchen)

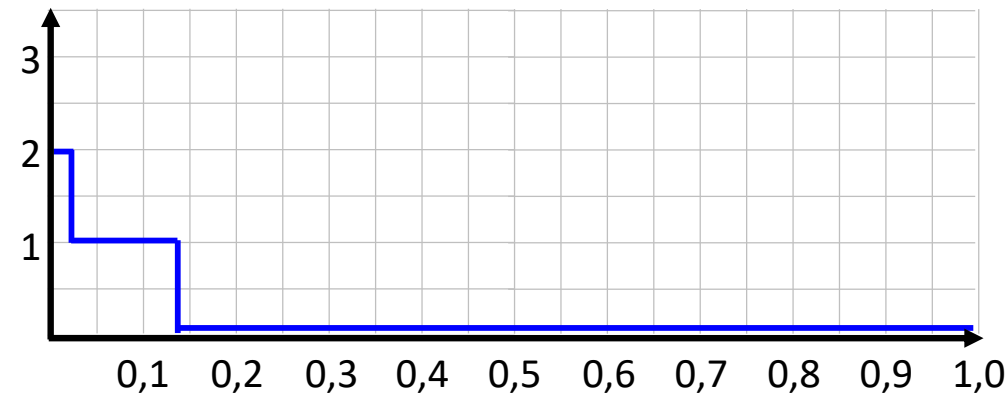


## • Phase 2:

- (4) Berechne  $k$  NN von  $Q$  in  $l$  ( $=: X$ )
- (5) Füge Links ein von  $Q$  zu jedem  $x \in X$  ( - - - )
- (6) Wiederhole (4) und (5) bis Basisebene erreicht

- Eigenschaft von  $f_{rand}$ :
  - Exponentiell fallende Wahrscheinlichkeitsfunktion
  - Nehme Faktor  $m_L > 0$
  - $l = \lceil -\ln(\text{uniform}(0,1)) \cdot m_L \rceil$
- Anmerkung:
  - Darstellung Algorithmus vereinfacht
  - Problem: Anzahl Kanten wächst sehr schnell
  - Lösung: Zwei Parameter zur Beschränkung Knotengrad:
    - $M_{MAX}$  : Maximum Knotengrad in Ebenen  $M$  bis 1
    - $M_{MAX0}$ : Maximum Knotengrad in Ebene 0

Bsp.:  $m_L = 0.5$



- Einführung
- Ähnlichkeit
- Suchen und Indexieren
- Realisierungen
- Zusammenfassung

## Vektor- speicher

### Vektor- datenbank

- Speziallösungen
- Gute Performance in Vektorindexierung and -suche
- Häufig unausgereift bezgl. DB-Eigenschaften  
(z.B. Recovery, Security, ACID)
- Originaldaten müssen separat gehalten und gelesen werden
- Beispiele: Pinecone, Weaviate, Milvus

### Bibliotheken

- Direkte Einbindung in Applikationscode
- Typischerweise im Hauptspeicher  $\Rightarrow$  Limitierte Skalierbarkeit
- Beispiele: ANNOY, FAISS, ScaNN

### Datenbanken mit Vektoren

- Erweiterung Datenbanken um Vektoren
- Alle Daten an einem Ort: strukturierte Daten, Originaldaten und Vektoren können gemeinsam gelesen werden
- Ausgereift bezgl. DB-Eigenschaften
- Beispiele:
  - Relational: Oracle, PostgreSQL
  - NoSQL: MongoDB (Document Store), Neo4j (Graph)

In diesem Vortrag



- Ziel: Beispielcode für Pinecone und Oracle

- Ablauf:

(1) Führe Initialisierung durch



(2) Erstelle (HNSW-)Index



(3) Füge Beispielvektoren ein



(4) Führe Abfrage aus:  
3NN zu Suchvektor (-1,-1)

- Anm.:

- Metrik jeweils Kosinusähnlichkeit
- Bei Oracle: Initialisierung  $\cong$  Tabelle anlegen

(1) Führe Initialisierung durch

```
( 1) from pinecone import Pinecone
( 2) from pinecone import ServerlessSpec
( 3) #1: Verbindung zu Pinecone herstellen
( 4) api_key = "YOUR_API_KEY"
( 5) pc = Pinecone (api_key=api_key)
```

(2) Erstelle Index

```
( 6) # 2: Index anlegen
( 7) index_name = "vector-demo"
( 8) if index_name not in pc.list_indexes().names():
( 9)     pc.create_index(
(10)         name=index_name, dimension=2,
(11)         metric="cosine",
(12)         spec=ServerlessSpec(
(13)             cloud="aws", region="us-east-1")
(14) )
```

• • •

(3) Füge Beispielvektoren ein

```
(15) #3: Vektoren einfügen
(16) index = pc.Index("vector-demo")
(17) vectors = [("v_00", [-6., 4.]), ... ,
(18)             ("v_21", [4., 0.])]
(19) index.upsert(vectors)
```

(4) Führe Abfrage aus:  
3NN zu Suchvektor (-1,-1)

```
(20) #4: Suche 2NN zu Suchvektor (-1,-1)
(21) query_vector = [-1,-1]
(22) result = index.query(
(23)     vector=query_vector, top_k=3,
(24)     include_values=True
(25) )
```

(5) Gebe Ergebnis aus

```
(26) #5: Ausgeben Ergebnis
(27) print("Suchergebnis:")
(28) for match in result["matches"]:
(29)     print(f"ID: {match['id']},
(30)           Score: {match['score']},
(31)           Vektor: {match['values']}")
```

(1) Führe Initialisierung durch

Initialisierung in RDB  
 $\cong$  Tabelle anlegen

```
( 1) -- 1: Tabelle anlegen  
( 2) CREATE TABLE myTable (  
( 3)      id NUMBER PRIMARY KEY,  
( 4)      name VARCHAR2(50),  
( 5)      vec VECTOR(2)  
( 6) );
```

(2) Erstelle HNSW-Index

```
( 7) -- 2: HNSW-Index erstellen  
( 8) CREATE VECTOR INDEX myTable_vec_idx  
( 9)      ON myTable(vec)  
(10)      ORGANIZATION INMEMORY NEIGHBOR GRAPH  
(11)      DISTANCE COSINE;
```

• • •

(3) Füge Beispielvektoren ein

```
(12) -- 3: Vektoren einfügen
(13) INSERT INTO myTable VALUES (1, 'v_00', '[-6,4]');
(14) ...
(15) INSERT INTO myTable VALUES
(16)           (22, 'v_21', '[4,0]');
```

(4) Führe Abfrage aus:  
3NN zu Suchvektor (-1,-1)

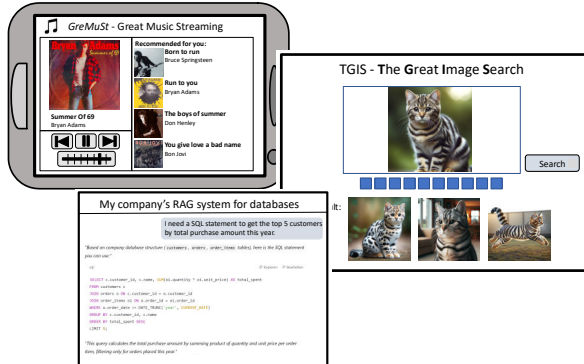
```
(17) -- 4: Suche 2NN zu Suchvektor (-1,-1)
(18) SELECT id, name, vec
(19) FROM   myTable
(20) ORDER BY COSINE_DISTANCE(vec, '[-1,-1]')
(21) FETCH FIRST 3 ROWS ONLY;
```

Resultat:

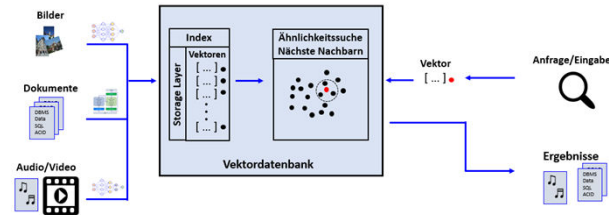
| name | vec         |
|------|-------------|
| v_17 | [-5.0,-5.0] |
| v_07 | [-4.0,-4.0] |
| v_02 | [-5.0,-6.0] |

- Einführung
- Ähnlichkeit
- Suchen und Indexieren
- Realisierungen
- Zusammenfassung

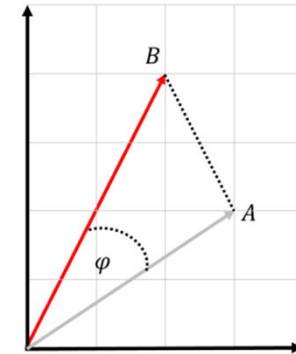
## Use Cases



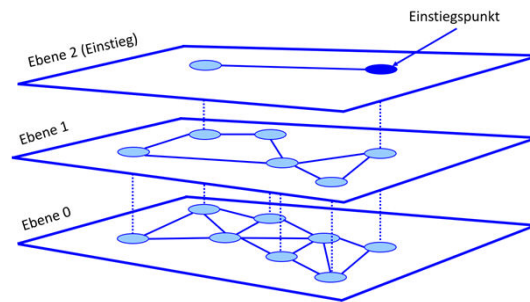
## Architektur



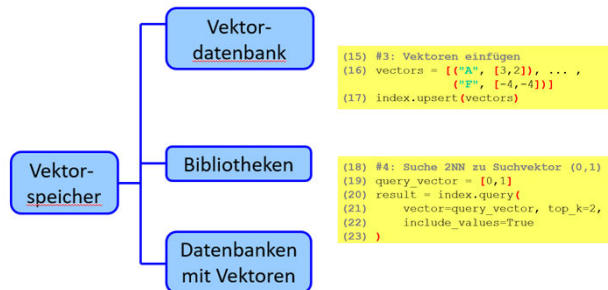
## Ähnlichkeit



## Suchen und Indexieren



## Lösungen



```
(15) #3: Vektoren einfügen
(16) vectors = [{"A", [3,2]}, ... ,
               {"B", [-4,-4]}]
(17) index.upsert(vectors)
```

```
(18) #4: Suche 2NN zu Suchvektor (0,1)
(19) query_vector = [0,1]
(20) result = index.query(
(21)     vector=query_vector, top_k=2,
(22)     include_values=True
(23) )
```

# **Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit!**

## **Fragen?**

[o.herden@hb.dhbw-stuttgart.de](mailto:o.herden@hb.dhbw-stuttgart.de)